

Une boîte à outils basique pour l'analyse de la dynamique des réseaux croissants

Clémence Magnien, Mahendra Mariadassou, **Camille Roth**

`magnien@shs.polytechnique.fr`, `mahendra.mariadassou@ens.fr`,
`roth@shs.polytechnique.fr`

CREA - CNRS / Ecole Polytechnique

AlgoTel 2005 / 11-13 mai, Presqu'île de Giens

Plan

1 Définitions et méthodologie

2 Statistiques élémentaires

3 Statistiques liées aux degrés

- Comparaison noeuds de faible/fort degré
- Attachement préférentiel

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

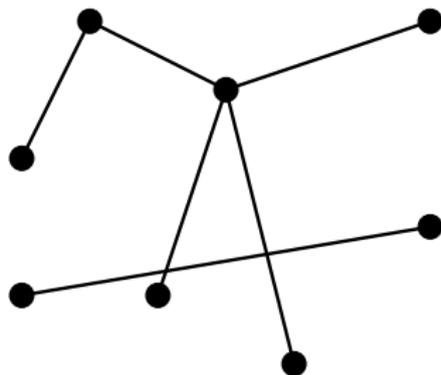
Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.

Exemples: Graphe du Web, Internet, Réseaux pair-à-pair, Réseaux de collaborations, Réseaux d'amitié, Réseaux de contacts sexuels, Interactions de protéines, Réseaux linguistiques...

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.

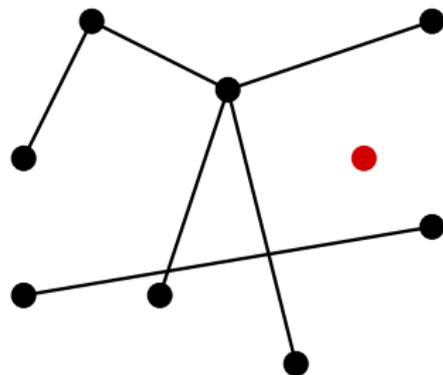


Exemples: Graphe du Web, Internet, Réseaux pair-à-pair, Réseaux de collaborations, Réseaux d'amitié, Réseaux de contacts sexuels, Interactions de protéines, Réseaux linguistiques...

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.

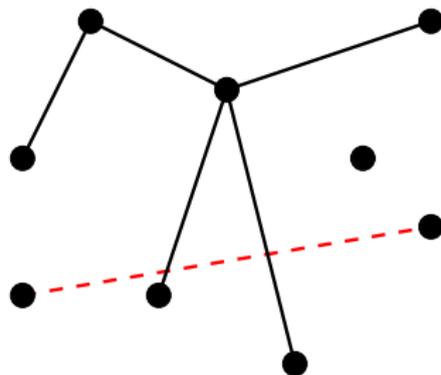


Exemples: Graphe du Web, Internet, Réseaux pair-à-pair, Réseaux de collaborations, Réseaux d'amitié, Réseaux de contacts sexuels, Interactions de protéines, Réseaux linguistiques...

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.

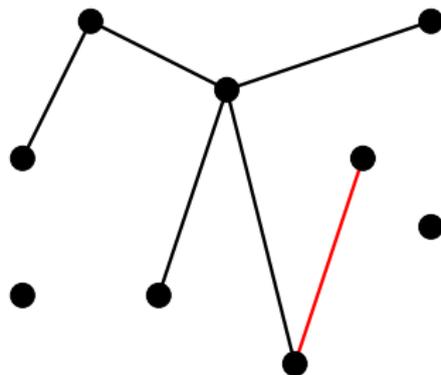


Exemples: Graphe du Web, Internet, Réseaux pair-à-pair, Réseaux de collaborations, Réseaux d'amitié, Réseaux de contacts sexuels, Interactions de protéines, Réseaux linguistiques...

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.

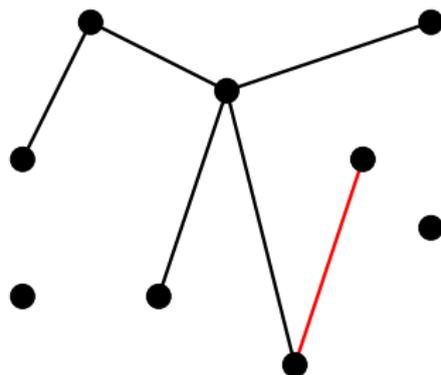


Exemples: Graphe du Web, Internet, Réseaux pair-à-pair, Réseaux de collaborations, Réseaux d'amitié, Réseaux de contacts sexuels, Interactions de protéines, Réseaux linguistiques...

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.



Exemples: Graphe du Web, Internet, Réseaux pair-à-pair, Réseaux de collaborations, Réseaux d'amitié, Réseaux de contacts sexuels, Interactions de protéines, Réseaux linguistiques...

Réseaux croissants

Problème:

- Une myriade de statistiques élémentaires (vitesse d'apparition/disparition de nouveaux nœuds/liens, durée de vie moyenne, nombre d'apparition/disparition moyen, etc.)

Une solution possible: Se limiter aux réseaux croissants : les liens et les nœuds apparaissent mais ne disparaissent jamais

Permet de réduire la complexité de l'analyse

Correspond aux données qu'on peut obtenir

Réseaux croissants

Problème:

- Une myriade de statistiques élémentaires (vitesse d'apparition/disparition de nouveaux nœuds/liens, durée de vie moyenne, nombre d'apparition/disparition moyen, etc.)

Une solution possible: Se limiter aux **réseaux croissants** : les liens et les nœuds apparaissent mais ne disparaissent jamais

Permet de **réduire la complexité** de l'analyse

Correspond aux **données** qu'on peut obtenir

Réseaux croissants

Problème:

- Une myriade de statistiques élémentaires (vitesse d'apparition/disparition de nouveaux nœuds/liens, durée de vie moyenne, nombre d'apparition/disparition moyen, etc.)

Une solution possible: Se limiter aux **réseaux croissants** : les liens et les nœuds apparaissent mais ne disparaissent jamais

Permet de **réduire la complexité** de l'analyse

Correspond aux **données** qu'on peut obtenir

Réseaux croissants

Problème:

- Une myriade de statistiques élémentaires (vitesse d'apparition/disparition de nouveaux nœuds/liens, durée de vie moyenne, nombre d'apparition/disparition moyen, etc.)

Une solution possible: Se limiter aux **réseaux croissants** : les liens et les nœuds apparaissent mais ne disparaissent jamais

Permet de **réduire la complexité** de l'analyse

Correspond aux **données** qu'on peut obtenir

Notre modèle: Réseaux croissants à gros grains

périodes

P_1

P_2

P_3

Notre modèle: Réseaux croissants à gros grains

périodes

P_1

P_2

P_3



Notre modèle: Réseaux croissants à gros grains

périodes

P_1



P_2



P_3

Notre modèle: Réseaux croissants à gros grains

périodes

P_1



P_2



P_3



Notre modèle: Réseaux croissants à gros grains

périodes

P_1



P_2



P_3

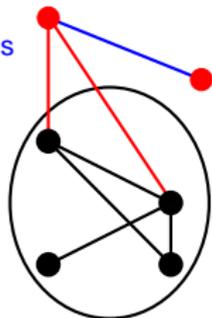


Induit différents types de nœuds et de liens

Liens
totalement externes

Liens externes

Liens internes



Noeuds externes

Noeuds internes

Réseaux empiriques

Réseau des acteurs (Source: www.imdb.com)

Nœuds : acteurs

Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont **joué dans un même film**.



Réseau des échanges IP (Source: [Metrosec - Metropolis](#))

Nœuds : machines sur l'Internet

Liens : deux machines liées si **elles communiquent ensemble**.

Réseaux empiriques

Réseau des acteurs (Source: www.imdb.com)

Nœuds : acteurs

Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont joué dans un même film.



Réseau des échanges IP (Source: Metrosec - Metropolis)

Nœuds : machines sur l'Internet

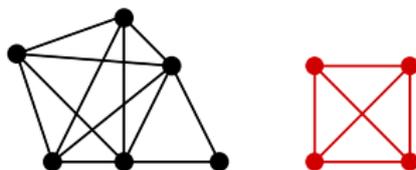
Liens : deux machines liées si elles communiquent ensemble.

Réseaux empiriques

Réseau des acteurs (Source: www.imdb.com)

Nœuds : acteurs

Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont joué dans un même film.



Réseau des échanges IP (Source: Metrosec - Metropolis)

Nœuds : machines sur l'Internet

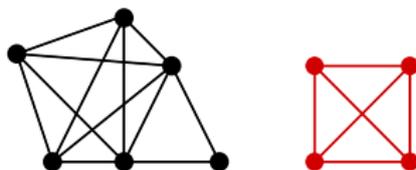
Liens : deux machines liées si elles communiquent ensemble.

Réseaux empiriques

Réseau des acteurs (Source: www.imdb.com)

Nœuds : acteurs

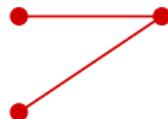
Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont **joué dans un même film**.



Réseau des échanges IP (Source: [Metrosec - Metropolis](#))

Nœuds : machines sur l'Internet

Liens : deux machines liées si **elles communiquent ensemble**.

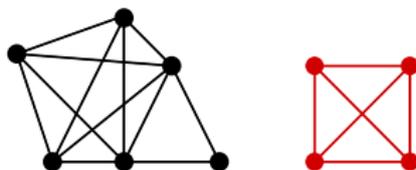


Réseaux empiriques

Réseau des acteurs (Source: www.imdb.com)

Nœuds : acteurs

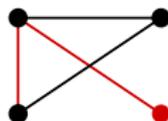
Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont **joué dans un même film**.



Réseau des échanges IP (Source: [Metrosec - Metropolis](#))

Nœuds : machines sur l'Internet

Liens : deux machines liées si **elles communiquent ensemble**.

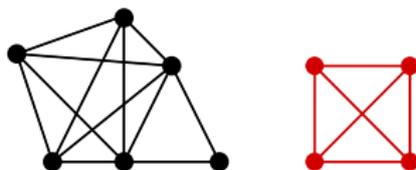


Réseaux empiriques

Réseau des acteurs (Source: www.imdb.com)

Nœuds : acteurs

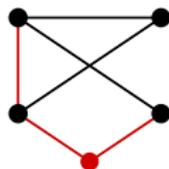
Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont **joué dans un même film**.



Réseau des échanges IP (Source: [Metrosec - Metropolis](#))

Nœuds : machines sur l'Internet

Liens : deux machines liées si **elles communiquent ensemble**.



Choix de la granularité

Certains réseaux ont une granularité “naturelle” — d’autres non.

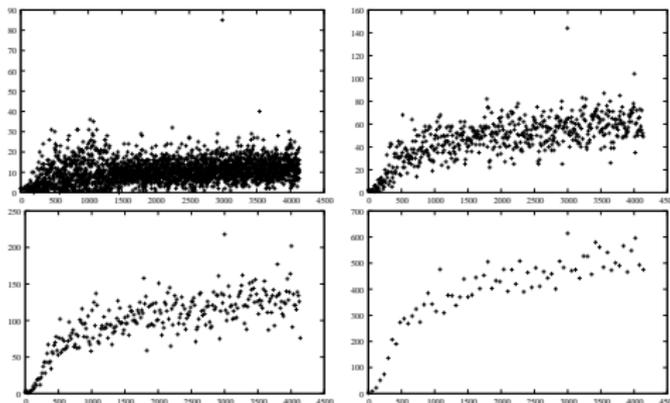
- granularité trop petite : on perd la significativité
- granularité trop grande : on perd la dynamique

Choix de la granularité

Certains réseaux ont une granularité “naturelle” — d’autres non.

- granularité trop petite : on perd la significativité
- granularité trop grande : on perd la dynamique

Idée: Choisir la **plus petite période** qui donne une régularité



Analyse dynamique: rappels sur l'analyse statique

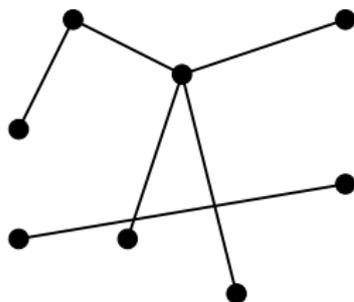
Jusqu'ici, il s'agit d'analyser une **photo** sans s'intéresser à son histoire...

L'analyse classique fournit beaucoup de paramètres pertinents:

- Degré moyen et densité,
- Distance moyenne (*courte*),
- Coefficient de clustering (*fort*),
- Distribution des degrés (*hétérogène*),
- ...

Analyse dynamique: rappels sur l'analyse statique

Jusqu'ici, il s'agit d'analyser une **photo** sans s'intéresser à son histoire...

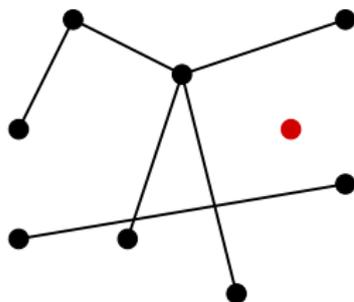


L'analyse classique fournit beaucoup de paramètres pertinents:

- Degré moyen et densité,
- Distance moyenne (*courte*),
- Coefficient de clustering (*fort*),
- Distribution des degrés (*hétérogène*),
- ...

Analyse dynamique: rappels sur l'analyse statique

Jusqu'ici, il s'agit d'analyser une **photo** sans s'intéresser à son histoire...

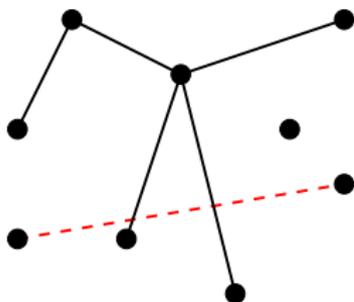


L'analyse classique fournit beaucoup de paramètres pertinents:

- Degré moyen et densité,
- Distance moyenne (*courte*),
- Coefficient de clustering (*fort*),
- Distribution des degrés (*hétérogène*),
- ...

Analyse dynamique: rappels sur l'analyse statique

Jusqu'ici, il s'agit d'analyser une **photo** sans s'intéresser à son histoire...

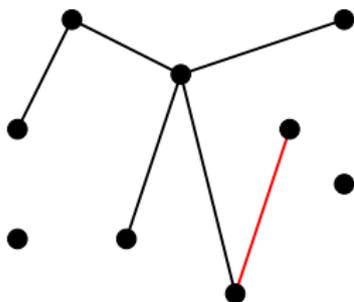


L'analyse classique fournit beaucoup de paramètres pertinents:

- Degré moyen et densité,
- Distance moyenne (*courte*),
- Coefficient de clustering (*fort*),
- Distribution des degrés (*hétérogène*),
- ...

Analyse dynamique: rappels sur l'analyse statique

Jusqu'ici, il s'agit d'analyser une **photo** sans s'intéresser à son histoire...

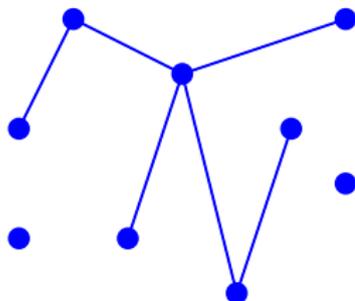


L'analyse classique fournit beaucoup de paramètres pertinents:

- Degré moyen et densité,
- Distance moyenne (*courte*),
- Coefficient de clustering (*fort*),
- Distribution des degrés (*hétérogène*),
- ...

Analyse dynamique: rappels sur l'analyse statique

Jusqu'ici, il s'agit d'analyser une **photo** sans s'intéresser à son histoire...

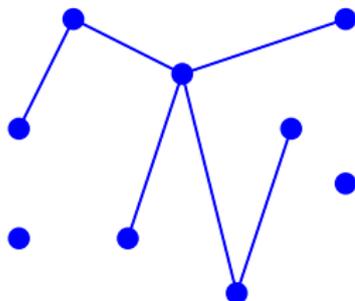


L'analyse classique fournit beaucoup de paramètres pertinents:

- Degré moyen et densité,
- Distance moyenne (*courte*),
- Coefficient de clustering (*fort*),
- Distribution des degrés (*hétérogène*),
- ...

Analyse dynamique: rappels sur l'analyse statique

Jusqu'ici, il s'agit d'analyser une **photo** sans s'intéresser à son histoire...



L'analyse classique fournit beaucoup de paramètres pertinents:

- Degré moyen et densité,
- Distance moyenne (*courte*),
- Coefficient de clustering (*fort*),
- Distribution des degrés (*hétérogène*),
- ...

Évolution des quantités classiques

Première idée : regarder l'évolution de ces quantités au fil du temps.

Évolution des quantités classiques

Première idée : regarder l'évolution de ces quantités au fil du temps.

Première constatation : rien de très remarquable

- Croissance relativement lisse
- Degré moyen devient constant
- Distribution des degrés stable
- Coefficient de clustering devient vite constant

Indique un comportement standard résumé par l'étude statique?

Évolution des quantités classiques

Première idée : regarder l'évolution de ces quantités au fil du temps.

Première constatation : rien de très remarquable

- Croissance relativement lisse
- Degré moyen devient constant
- Distribution des degrés stable
- Coefficient de clustering devient vite constant

Indique un comportement standard résumé par l'étude statique?

Évolution des quantités classiques

Première idée : regarder l'**évolution** de ces quantités au fil du temps.

Première constatation : **rien de très remarquable**

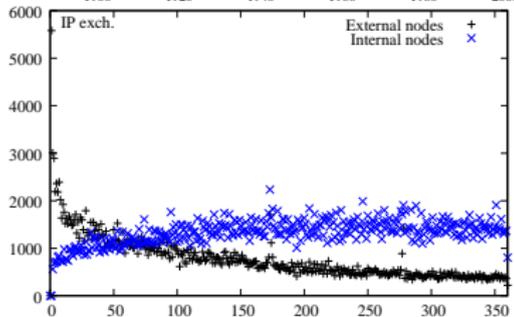
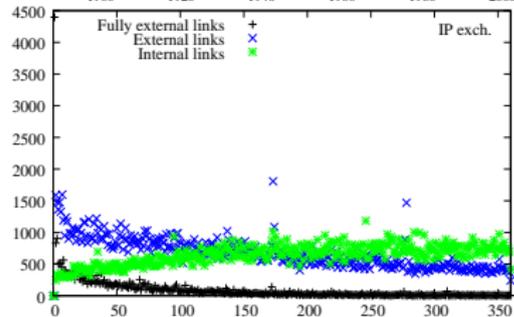
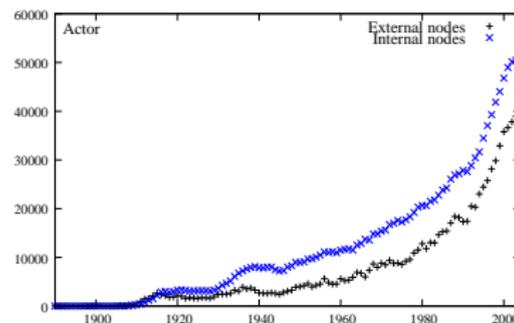
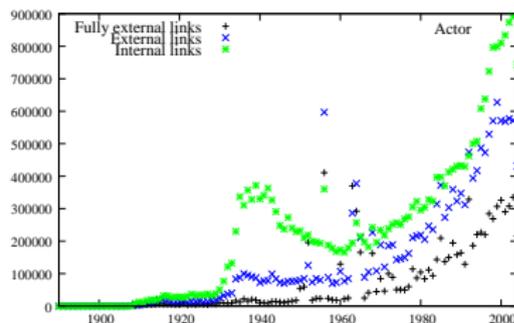
- Croissance relativement lisse
- Degré moyen devient constant
- Distribution des degrés stable
- Coefficient de clustering devient vite constant

Indique un comportement standard **résumé par l'étude statique?**

↔ Problème: On plaque une vision statique sur la dynamique

Évolution du nombre de nœuds et de liens des différents types

Acteurs et IP



Statistiques liées aux degrés

Distribution des degrés **hétérogène**

Nœuds de faible degré

Nœuds de fort degré

La masse du réseau

↪ quantité à étudier :

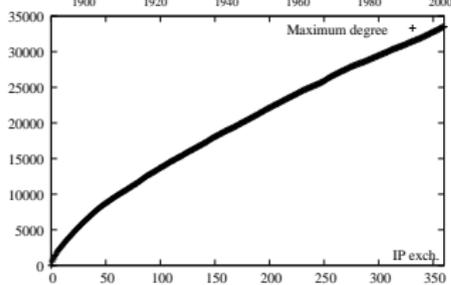
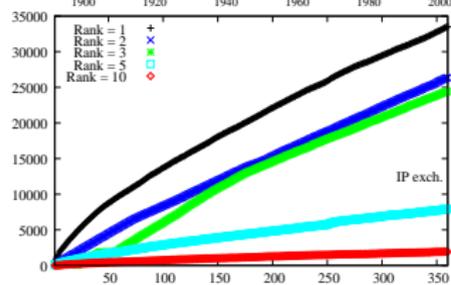
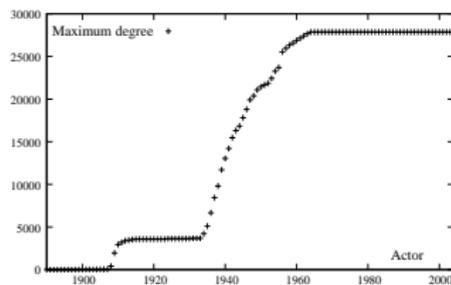
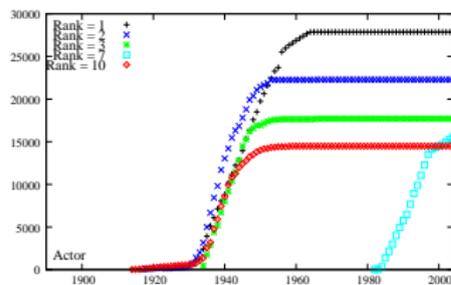
fraction de nœuds de faible degré

Les exceptions

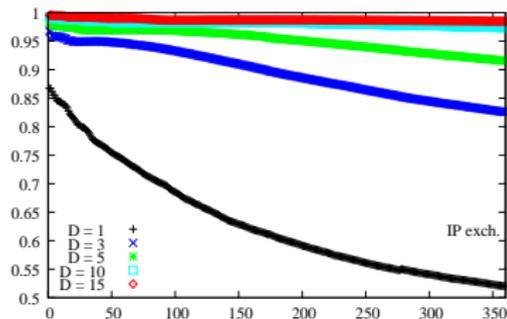
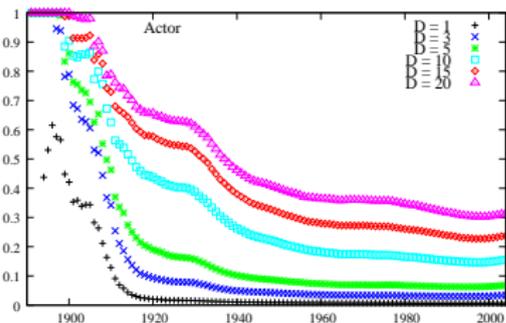
↪ les étudier séparément :

évolution de leur degré

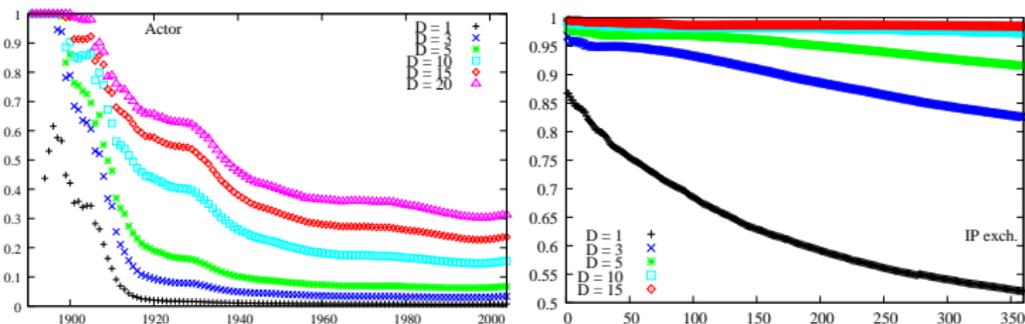
Nœuds de fort degré et degré maximal



Fractions de nœuds de faible degré



Fractions de nœuds de faible degré



Conclusion: comportement différent suivant le réseau observé.

Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

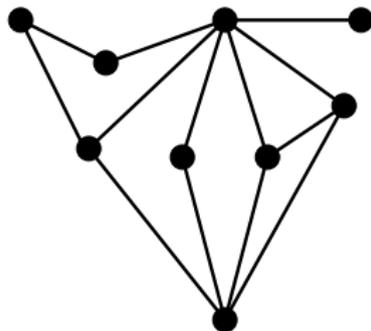
↪ étudier **les degrés de ces nœuds**

Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

↪ étudier les degrés de ces nœuds

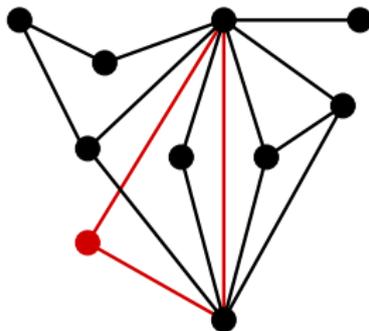


Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

↪ étudier les degrés de ces nœuds

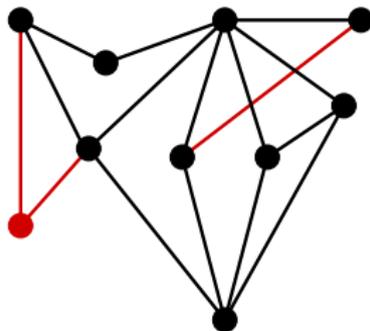


Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

↪ étudier les degrés de ces nœuds

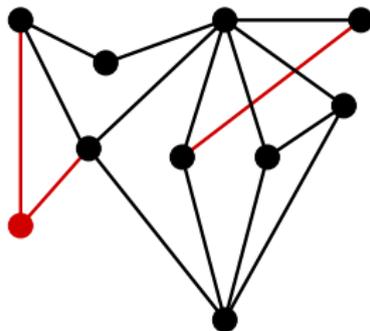


Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

↪ étudier les degrés de ces nœuds



Motivation : modèle Albert-Barabási

Mesurer l'attachement préférentiel - 1

Choisir un nœud en fonction de son degré :

$$P(k) = \frac{f(k)N(k)}{\sum_{k'=1}^{\infty} f(k')N(k')}$$

En pratique :

liens internes

$$\hat{P}_i(k) = \frac{M_i(k)}{M}$$

liens externes

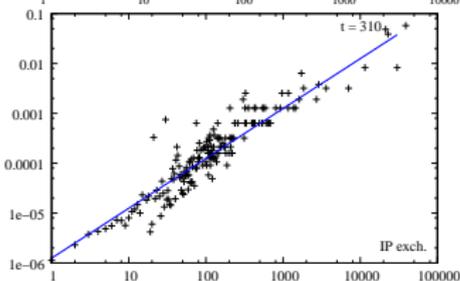
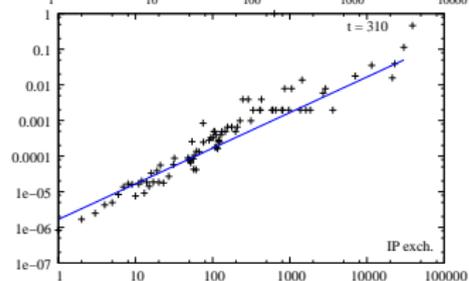
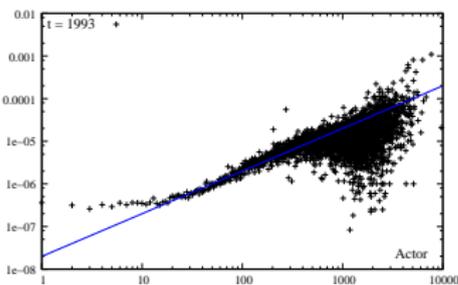
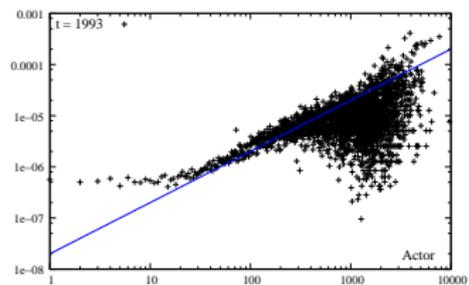
$$\hat{P}_e(k) = \frac{M_e(k)}{M}$$

On mesure :

$$\frac{M_i(k)}{MN(k)} \sim f(k)$$

$$\frac{M_e(k)}{MN(k)} \sim f(k)$$

Mesurer l'attachement préférentiel - 2



Conclusion

Présenter une méthodologie pour l'analyse de la dynamique

Perspectives

- Trouver d'autres cas particuliers
- Faire la comparaison à l'aléatoire
- Passer aux réseaux dynamiques généraux
- ...

Conclusion

Présenter une méthodologie pour l'analyse de la dynamique

Perspectives

- Trouver d'autres cas particuliers
- Faire la comparaison à l'aléatoire
- Passer aux réseaux dynamiques généraux
- ...